

# МАТЕМАТИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В АНАЛИЗЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИИ

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРИ ОБЪЕДИНЕНИИ ПРОГНОЗОВ\*

А.А. Френкель,  
А.А. Сурков

*Применение метода объединения прогнозов уже зарекомендовало себя как простой и практичный метод повышения качества прогнозирования. Использование всей доступной информации о процессе из различных методов прогнозирования позволяет повышать точность прогнозирования даже в условиях, когда индивидуальные методы являются не достаточно точными.*

*Авторы данной статьи продолжают и развивают положения ранее опубликованных обзоров различных подходов и методов построения весовых коэффициентов для объединения прогнозов. В последние несколько десятилетий в зарубежной литературе появилось множество работ по сравнительному анализу и обоснованию различных методов объединения прогнозов. К сожалению, в отечественной литературе авторы уделяют мало внимания этому направлению совершенствования методологии прогнозирования, в частности не осуществляют сравнения разных методов объединения прогнозов. А те работы, которые все же проводят сравнение, ограничиваются в таком сравнении всего лишь несколькими простыми методами. Многие методы объединения прогнозов, которые широко используются за рубежом, не рассматриваются отечественными учеными. Это продолжение обзоров и прошлые обзоры ставят перед собой задачи рассмотреть различные подходы к получению весовых коэффициентов при объединении прогнозов и ознакомить с ними отечественных ученых и исследователей.*

*Итогом статьи является дополнение к ранее предложенной классификации (Вопросы статистики, 2015, № 8) основных и наиболее часто используемых методов объединения прогнозов с описанием полученных результатов по данным методам и с указанием научных публикаций как отечественных, так и иностранных авторов по рассматриваемому вопросу с включением в список литературных источников работ, ранее не вошедших в предыдущие обзоры авторов.*

**Ключевые слова:** прогнозирование, комбинированный прогноз, объединение прогнозов, весовые коэффициенты, обзор.  
**JEL:** C53, E27.

Прогнозирование сегодня используется во всех областях знания и является одним из наиболее значимых этапов исследования протекающих процессов. В этой связи возрастает значимость повышения точности прогнозирования. Прогнозирование экономических процессов основывается на определенных подходах и методах, использование которых дает далеко не однозначные результаты. В условиях, когда прогнозист не может отдать предпочтение какому-то конкретному методу прогнозирования, а также в случаях, когда необходимо повысить точность прогнозирования, объединение прогнозов может быть наиболее эффективным механизмом решения стоящих перед исследователем проблем.

За рубежом, начиная с конца 60-х годов прошлого века, объединение прогнозов сформировалось в новое, бурно развивающееся направление в теории прогнозирования [1-6]. К сожа-

лению, отечественные ученые долгое время не уделяли должного внимания этой проблеме. До последнего времени никто не занимался вопросами методологии практического применения объединения прогнозов. Ранее уже была попытка рассмотрения различных подходов получения весовых коэффициентов при объединении прогнозов [7, 8] с целью выявления их преимуществ и недостатков.

В настоящее время существует множество методов объединения индивидуальных прогнозов [9-12]. Учитывая, что объединение прогнозов, по сути, является взвешенной суммой индивидуальных прогнозов, при выборе метода объединения главным является вопрос о нахождении весовых коэффициентов, с которыми частные прогнозные значения будут объединяться в общем прогнозе. От выбора метода объединения прогнозов зависит повышение точности прогнозирования, так как

Френкель Александр Адольфович (ie\_901@ineson.ru) - д-р экон. наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт экономики РАН (г. Москва, Россия).

Сурков Антон Александрович (ie\_901@ineson.ru) - младший научный сотрудник, Институт экономики РАН (г. Москва, Россия).

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ); проект №16-06-00183.

различные методы объединения прогнозов могут по-разному влиять на точность прогнозирования. Определение весовых коэффициентов для индивидуальных прогнозов и обоснование числа этих прогнозов при их объединении являются основными проблемами, которые до сих пор не решены.

*Настоящий обзор является дополнением к прошлым обзорам [7, 8] методов построения весовых коэффициентов в объединенных прогнозах.* В нем рассматриваются новые методы построения объединенных прогнозов, которые могут быть применены на практике. Обзор дополняет прошлую группировку методов объединения прогнозов, сформированную в вышеупомянутых обзорах. В то же время в нее включены новые методы построения весовых коэффициентов.

Данный обзор не может претендовать на полный охват всех работ по тематике объединения прогноза. Но в нем делается попытка дополнить и расширить наиболее распространенные идеи и методы построения весовых коэффициентов объединенного прогноза.

В подавляющем большинстве рассматриваемых работ по объединению прогнозов авторами не приводятся исходные данные, служащие для разработки предлагаемых методов. Также не разобраны и условия применения методов, взятых для сравнения. В связи с этим проверить сделанные в статьях выводы не всегда представляется возможным. Видимо, следует только надеяться на добросовестность авторов в обоснованности применения тех или иных методов построения индивидуальных прогнозов. Кроме того, в некоторых статьях даются названия методов, которые можно трактовать достаточно широко.

В предыдущих обзорах авторов все методы построения весовых коэффициентов объединенных прогнозов разбивались на семь групп:

- методы на основе среднего арифметического;
- методы с использованием МНК (метода наименьших квадратов);
- методы Granger и соавторов;
- методы на основе ретроспективных прогнозов;
- методы с применением факторного анализа;
- метод попарных предпочтений;
- методы, использующие квадратичное программирование.

В обзоре сохраняется эта группировка методов по определению весовых коэффициентов. При этом значительно расширяется последняя

группа методов, где кроме квадратичного программирования используются и другие методы математического программирования.

В каждой группе методов рассматриваются статьи, в которых либо предлагаются новые методы объединения прогнозов, либо рассматриваются конкретные исследования в экономической области с применением объединения прогнозов.

### Методы, основанные на ретроспективных прогнозах

По существу, еще с начала развития методологии объединения прогнозов и представления первых методов построения весовых коэффициентов К. Грейнджер и соавторы предложили методы, основанные на минимизации дисперсии ошибки прогнозирования.

Дж. Бейтс и К. Грейнджер [13] предложили ряд методов для получения весовых коэффициентов при объединении двух прогнозов. Суть их предложения сводится к минимизации дисперсии ошибки объединенного прогноза. Выбор весового коэффициента необходимо произвести таким образом, чтобы ошибки объединения были минимальными.

Учитывая основные требования к весовым коэффициентам и невозможность определить оптимальное значение весов на начальных этапах объединения, Дж. Бейтс и К. Грейнджер представили пять различных вариантов нахождения весовых коэффициентов. В предыдущих обзорах они были выделены в отдельную группу методов объединения.

Но методы на основе ретроспективных прогнозов не ограничиваются методами, предложенными Дж. Бейтсом и К. Грейнджером. Достаточно часто используются методы на основе оценки точности прошлых индивидуальных прогнозов [14–16], в которых более точному индивидуальному методу прогнозирования придается больший вес в объединении. В качестве весовых коэффициентов можно использовать различные оценки точности индивидуальных прогнозов.

Самым простым способом будет применение в качестве весовых коэффициентов величины, обратно пропорциональной величине отклонения прогнозного от фактического значения временного ряда:

$$w_i' = \frac{1}{|f_i - y_i|}, \quad (1)$$

где  $y_i$  - фактическое значение временного ряда, а  $f_i$  - прогнозное значение.

Как было отмечено ранее в обзорах, основными условиями для весовых коэффициентов является их положительность и равенство суммы коэффициентов единице [17, 18]. Положительность весовых коэффициентов достигается или через использование модуля разностей, или квадрата разностей. А для выполнения второго условия коэффициенты для частных прогнозов нормируются по сумме всех весовых коэффициентов объединенного прогноза:

$$w_i = \frac{w_i'}{\sum_{j=1}^k w_j'}, \quad (2)$$

где  $k$  - число индивидуальных прогнозов.

Кроме расхождения прогнозного и фактического значений временного ряда, за основу построения весовых коэффициентов можно брать и другие показатели точности прогнозирования: среднеквадратическое отклонение или среднюю абсолютную ошибку [19-22].

А. Андреев [23] при прогнозировании инфляции для Банка России использовал объединение прогнозов на основе обратной величины среднеквадратического отклонения:

$$w_i = \frac{T}{\sum_{t=1}^T (y_t - f_t)^2}; \quad (3)$$

$$F = \frac{\sum_{i=1}^k (w_i f_i)}{\sum_{i=1}^k w_i}, \quad (4)$$

где  $T$  - количество прогнозных периодов, на котором определяется точность прогнозов, а  $k$  - число индивидуальных прогнозов.

Для объединения прогнозов автор использовал ряд индивидуальных методов, разделенных на две группы. В первую группу вошли методы на основе прошлой тенденции ряда: модель случайного блуждания, авторегрессия с линейным трендом и модель ненаблюдаемой компоненты. Вторую группу составляли модели, в которых используются различные экзогенные переменные: модели векторной авторегрессии (стандартной и байесовской) и линейной регрессии. В дальнейшем по смежным группам индивидуальных методов строились объединенные модели, которые впоследствии повторно объединялись в единый прогноз. В результате прогнозирования инфляции в России по разным горизонтам прогнозирования (от одного до шести месяцев) методы, использу-

ющие объединение прогнозов как один из этапов в прогнозировании, показали, что объединение прогнозов показывает лучшие результаты по сравнению с индивидуальными методами прогнозирования.

С.Н. Пантазопулос и С.П. Паппис [24] также описали ряд методов, основанных на разности между прогнозным и фактическим значениями временных рядов.

Первый и третий методы, представленные С.Н. Пантазопулос и С.П. Паппис, совпадают с вышеописанными методами - первый метод основан на использовании в качестве весового коэффициента обратной величины отклонения фактических значений временного ряда от прогнозных, а третий метод - на основе тех же отклонений, но взятых в квадрате:

$$w_i = \frac{1}{(f_{i-1} - y_{i-1})^2} \quad (5)$$

Представляют интерес второй и четвертый методы - в них предлагается экспоненциально сглаживать значение обратной величины отклонений на предыдущем шаге прогнозирования. Для второго метода:

$$w_{i-1}' = \frac{1}{|f_{i-1} - y_{i-1}|} \quad (6)$$

или для четвертого метода:

$$w_{i-1}' = \frac{1}{(f_{i-1} - y_{i-1})^2}. \quad (7)$$

В дальнейшем полученные веса на  $(i-1)$ -м шаге экспоненциально сглаживаются одинаково для второго и четвертого методов:

$$w_i = \alpha w_{i-1}' + (1 - \alpha) w_{i-1}. \quad (8)$$

Дж. Сток и М. Уотсон [25] предложили метод, согласно которому веса являются пропорциональными с точностью до обратной среднеквадратической ошибки (MSE):

$$w_i = \frac{1}{MSE_i} / \sum_{i=1}^k \frac{1}{MSE_i}, \quad (9)$$

где  $k$  - число индивидуальных прогнозов.

Этот же метод использовался для прогнозирования инфляции в ЕС в работе К. Хубрич и Ф. Скадельни [26] и в ряде других работ [27]. Авторы отметили, что прогнозы инфляции, построенные

на основе объединения прогнозов, были точнее, чем прогнозы на основе индивидуальных методов. При этом при сравнении данного метода со средним арифметическим значением нескольких прогнозов точность прогнозирования указанного метода не сильно отличалась от среднеарифметического индивидуальных методов прогнозирования. Также авторы отметили, что объединение прогнозов позволяет избегать влияния поворотных точек в рассматриваемом процессе.

В дальнейшем Дж. Сток и М. Уотсон [28] изменили предлагаемый подход, добавив в расчет весовых коэффициентов дисконтирующий фактор  $\delta$ :

$$w_i = \frac{1}{MSE_i} / \sum_{i=1}^k \delta \frac{1}{MSE_i} \quad (10)$$

При этом  $\delta$  принимает только три значения:  $\delta=1,0; 0,95; 0,9$ . Случай  $\delta=1,0$  соответствует случаю с некоррелированными индивидуальными прогнозами; остальные два значения применяются в случаях, если в индивидуальных прогнозах присутствует корреляция.

При прогнозировании ВВП отдельных стран, авторы отметили, что объединение прогнозов имеет меньшую ошибку при коэффициенте дисконтирования, равном единице. Для объединения использовались прогнозы, построенные на основе авторегрессионной модели и модели случайного блуждания. Более подробно об индивидуальных методах и данных, используемых в статье, можно ознакомиться в работе Дж. Сток и М. Уотсон [29].

А.А. Кузнецов и А.В. Журов в своей работе [30] также представили вариант построения весовых коэффициентов для объединения прогнозов, основываясь на суммарной относительной ошибке (MAPE). Они предложили следующий метод:

$$w_i = \frac{\delta - \delta_i}{(k-1)\delta}; \quad (11)$$

$$\delta = \sum_{i=1}^k \delta_i, \quad (12)$$

где  $\delta_i$  - относительная ошибка для  $i$ -го индивидуального прогноза;  $k$  - число индивидуальных прогнозов.

К сожалению, авторы не рассматривали в работе практическое применение представленного метода.

А.А. Бойко [31] применил на практике метод А.А. Кузнецова и А.В. Журова и сравнил его с методом попарных предпочтений, а также с методом, полученным по среднему арифметическому индивидуальных прогнозов. Автор применил объединение прогнозов для прогнозирования курсов доллара и евро относительно рубля. При этом автор использовал данные по курсам валют месячных значений в период с 2015 по 2016 г. В объединении участвовали модель экспоненциального сглаживания, модель ARIMA (1,1,0) и модель на основе нечетких множеств. В результате, хотя метод на основе средней относительной ошибки и уступил методу минимизации MAPE, разница по точности была в десятых долях процента ошибки. При этом данный метод превзошел как метод попарных предпочтений, так и индивидуальные методы прогнозирования. Значения средней относительной ошибки (MAPE) представлены в таблице 1.

Таблица 1

Средняя относительная ошибка для различных моделей прогнозов курсов доллара и евро к рублю (в процентах)

Модель	Доллар к рублю		Евро к рублю	
	2015	2016	2015	2016
Экспоненциальное сглаживание	6,909	3,431	6,822	3,801
ARIMA	7,288	4,311	7,890	4,766
Модель с использованием нечетких множеств	6,938	3,501	7,732	3,469
Метод попарных предпочтений	8,186	3,441	6,385	3,405
Объединение с использованием ошибок ретроспективных прогнозов	6,386	3,442	6,551	3,355
Минимизация MAPE	6,201	3,384	5,873	3,508
Среднее арифметическое	6,281	3,422	6,237	3,419

Источник: [31].

Кроме ошибок прогнозирования, в качестве определения весовых коэффициентов можно использовать и информационные критерии. Так, в работах Б. Хенсен [32], С. Бакланд и др. [33] и К. Бурнхам и Д. Андерсон [34], Е. Фернандес-Вазгес и Б. Морено [35] описывается



определение весовых коэффициентов на основе Байесовского информационного критерия:

$$w_i = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2} BIK(i)\right)}{\sum_{j=1}^n \exp\left(-\frac{1}{2} BIK(j)\right)}, \quad (13)$$

где  $i$  и  $j$  - определяет номер индивидуальной модели прогноза, а  $n$  - число индивидуальных моделей; аналогично, на основе информационного критерия Акаике:

$$w_i = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2} AIK(i)\right)}{\sum_{j=1}^n \exp\left(-\frac{1}{2} AIK(j)\right)}. \quad (14)$$

В сравнении с другими методами прогнозирования методы на основе информационных критериев не были лучшими, но не уступили по точности другим методам объединения прогнозов.

Описанные выше методы тесно связаны с ранее представленными методами на основе ретроспективы; по этой причине эти методы дополнили соответствующую группу.

#### Методы объединения, основанные на минимизации дисперсии ошибки объединенного прогноза

В 1969 г. Дж. Бейтс и К. Грейнджер предложили первые сложные методы определения весовых коэффициентов [13]. Эти методы подробно описывались в наших предыдущих обзорах [7, 8]. Отметим, что авторы представили методы определения весовых коэффициентов только для двух прогнозов. Ряд исследований по объединению прогнозов определили, что оптимальное объединение прогнозов должно включать от трех до пяти индивидуальных методов прогнозирования. Учитывая это, остается актуальным нахождение методов объединения прогнозов, которые позволяли бы объединять не только два метода прогнозирования, но и большее число индивидуальных прогнозов. Основываясь на высказывании Дж. Бейтс и К. Грейнджер, что их подходы могут быть расширены на объединение более двух индивидуальных прогнозов, была предпринята попытка расширить эти методы на объединение более чем двух индивидуальных прогнозов.

А.А. Сурков [36] представил расширение методов Дж. Бейтс и К. Грейнджер на объединение

более двух индивидуальных методов прогнозирования. Эти результаты приведены в таблице 2.

Таблица 2

Объединение  $n$  методов по вариантам расчета весов Дж. Бейтс и К. Грейнджер [13] и П. Ньюболд и К. Грейнджер [37]

№ п/п	Выражение для вычисления
1	$w_{i,T} = \frac{\sum_{t=T-v}^{T-1} \prod_{j=1, j \neq i}^n e_{j,t}^2}{\sum_{i=1}^n \sum_{t=T-v}^{T-1} \prod_{j=1, j \neq i}^n e_{j,t}^2}, i = 1, \dots, n$
2	$w_{i,T} = \alpha w_{T-1} + (1 - \alpha) \frac{\sum_{t=T-v}^{T-1} \prod_{j=1, j \neq i}^n e_{j,t}^2}{\sum_{i=1}^n \sum_{t=T-v}^{T-1} \prod_{j=1, j \neq i}^n e_{j,t}^2}, i = 1, \dots, n$
3	$w_{i,T} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} (\beta^t \prod_{j=1, j \neq i}^n e_{j,t}^2)}{\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{T-1} (\beta^t \prod_{j=1, j \neq i}^n e_{j,t}^2)}, i = 1, \dots, n$
4	$w_{i,T} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} (\beta^t \prod_{j=1, j \neq i}^n e_{j,t}^2) - \sum_{t=1}^{T-1} \beta^t \prod_{j=1}^n e_{j,t}}{\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{T-1} (\beta^t \prod_{j=1, j \neq i}^n e_{j,t}^2) - n \sum_{t=1}^{T-1} \beta^t \prod_{j=1}^n e_{j,t}}, i = 1, \dots, n$
5	$w_{i,T} = \alpha w_{T-1} + (1 - \alpha) \frac{\prod_{j=1, j \neq i}^n  e_{j,T-1} }{\sum_{i=1}^n  e_{i,T-1} }, i = 1, \dots, n$

Для проверки предложенных формул А.А. Сурков рассмотрел четыре индивидуальных метода прогнозирования: метод гармонических весов, метод адаптивного экспоненциального сглаживания с использованием трэкинг-сигнала, метод обычного экспоненциального сглаживания и модель Бокса-Дженкинса (ARIMA). Прогнозы строились по семи рядам ключевых для экономики Российской Федерации товаров в натуральном выражении:

- производство электроэнергии;
- добыча каменного угля;
- добыча сырой нефти;
- добыча природного газа;
- производство металлорежущих станков;
- производство мяса;
- производство растительного масла.

Используемые показатели были представлены годовыми данными за период с 1950 по 2016 г. Для сравнения с фактическими данными прогнозы по временным рядам строились на 2016 г. и на 2017 г.

Автор отметил, что в целом описываемые методы предлагают близкие весовые коэффициенты для индивидуальных прогнозов. Явные же

расхождения были связаны с методикой построения весовых коэффициентов. Так, в первых двух методах использовалась часть последних ошибок индивидуальных прогнозов, в третьем и четвертом методах – ошибки на всем периоде построения прогнозов, а в последнем методе – только предыдущая ошибка перед прогнозным периодом по каждому индивидуальному методу прогнозирования. В связи с этим последний метод не учитывал всю информацию о точности индивидуальных прогнозов и мог оказаться менее точным относительно других методов объединения, что и было показано на практике. Наиболее точным методом объединения прогнозов оказался третий метод, предложенный Дж. Бейтсом и К. Грейнджером.

Предлагаемые методы более адаптивны к изменяющимся событиям на практике, хорошо реагируя на поворотные точки в динамике временных рядов. Они используют прошлые результаты прогнозирования и перестраиваются в зависимости от точности последних индивидуальных прогнозов, что не происходит при использовании других методов объединения, которые определяют фиксированные весовые коэффициенты.

В среднем, среднеквадратическая ошибка по первым четырем методам была меньше в полтора, а то и в три раза, чем у наиболее точного индивидуального прогноза, построенного по методу гармонических весов. Пятый метод объединения прогнозов также был точнее, чем индивидуальные методы прогнозирования, но точность прогноза, как ни странно, незначительно уступала методу гармонических весов.

#### Методы на основе математического программирования

Ранее в обзорах использовались методы, основанные на квадратичном программировании. Это, в частности, подход, описанный у Бейлинсона и Мотовой [38] и у Остапук и Мотовой [39]. Для минимизации ретроспективных относительных ошибок прогнозирования они применяли аппарат квадратичного программирования. Авторы поставили задачу, эквивалентную задаче метода наименьших квадратов с ограничениями типа уравнений и неравенств одновременно:

$$Hw; Hw = \min; (w; e) = 1; 0 \leq w \leq e, \quad (15)$$

где  $w$  – вектор весовых коэффициентов для объединенного прогноза;  $e$  – единичный вектор;  $H$  – матрица ретроспективных относительных ошибок прогнозирования.

Такая задача, по мнению авторов, должна решаться специальными методами квадратичного программирования.

Но использование математического программирования для поиска весовых коэффициентов объединенного прогноза не ограничивается использованием только методов квадратичного программирования. Ранее в статье была описана работа А.А. Бойко, где одним из рассматриваемых методов построения весовых коэффициентов представлен метод на основе минимизации ошибки прогнозирования. Для этих целей автор использовал инструментарий нелинейного программирования.

В общем виде минимизация сводилась к следующему уравнению:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\left| y_i - \sum_{j=1}^k w_j f_i^j \right|}{y_i}, \quad (16)$$

где  $n$  – число наблюдений в ретроспективном ряде, используемых для расчета оптимальных весовых коэффициентов;  $k$  – число индивидуальных прогнозных моделей, используемых в объединении;  $y$  – фактическое значение ряда;  $f$  – прогнозное значение ряда, рассчитанное по конкретному индивидуальному методу прогнозирования.

Минимизация функционала осуществлялась в системе ограничений, которая включает в себя неравенства и равенство. Неравенства обеспечивались принадлежностью коэффициентов интервалу  $[0; 1]$ . Оставшееся ограничение определяло равенство суммы коэффициентов единице. Для практических расчетов в работе использовался прикладной пакет программ MATLAB.

Как отмечалось выше, данный метод на практике превзошел по точности метод на основе ретроспективы, описанный ранее, среднее арифметическое индивидуальных методов прогнозирования и метод попарных предпочтений.

#### Выводы

В качестве вывода предлагается переработанная таблица рассмотренных в обзорах [7, 8] методов построения весовых коэффициентов для объединенного прогноза (см. таблицу 3). Методология построения весовых коэффициентов для объединения прогнозов продолжает свое развитие и сегодня. Описанные методы являются только частью используемых мето-

Таблица 3

## Методы объединения прогнозов

Метод	Основные результаты	Литература	Применение
<b>Методы на основе среднего арифметического</b>			
Взвешенное среднее	Практика показала, что обычное среднее нескольких прогнозов не хуже, чем частные прогнозы по точности, а более чем в 60% даже точнее. Но среднее арифметическое не учитывает возможные аномальные прогнозы. На его основе было определено, что наиболее эффективно использовать пять-шесть частных прогнозов для объединения	Бейтс и Грейнджер (1969) [13], Макридакис и Винклер (1983) [40], Винклер и Клемен (1992) [41], Макридакис и Хибон (2000) [42]	Среднее арифметическое было использовано для различных методов прогнозирования и различного числа частных прогнозов. Определение оптимального количества частных прогнозов для последующего их объединения
Усеченное среднее	Усечение на 5-7% может увеличить точность прогнозирования по сравнению со средним арифметическим в 50% случаев	Жозе и Винклер (2008) [43], Гудвин (2009) [44], Винклер и Клемен (1992) [45]	Представление вариантов с усечениями наибольших и наименьших прогнозных значений. Выявление неэффективности простого среднего арифметического
<b>Методы на основе МНК</b>			
Методы Грейнджера и Раманатхана	Представление вариантов с вводом ограничений на сумму весовых коэффициентов и комбинацию с использованием постоянного коэффициента. Результатом стало доказательство оправданности вводимых ограничений на веса и неэффективность включения постоянного коэффициента	Грейнджер и Раманатхан (1984) [18], Клемен (1986) [17], Тренклер и Лиски (1986) [46]	Определение преимущества в точности прогнозирования предложенных методов по сравнению со средним арифметическим частных прогнозов. Характеристика ограничений для весовых коэффициентов
Метод Ершова	Альтернативные гипотезы построения комбинированного прогноза с использованием регрессионных моделей. Независимое подтверждение увеличения точности прогнозирования через объединение прогнозов	Ершов (1973) [47]	Теоретическое обоснование метода. Сравнительный анализ различных подходов к объединению прогнозов. Формулировка предпосылок для практического применения методов
<b>Минимизация дисперсии ошибок</b>			
Пять различных методов	Предлагаемые методы показали, что объединение прогнозов может значительно превосходить самые точные частные прогнозы. Но для этого необходимо подобрать оптимальные значения весовых коэффициентов. Представлены результаты по эффективности объединения прогнозов	Бейтс и Грейнджер (1969) [13], Ньюболд и Грейнджер (1974) [37], Макридакис и Винклер (1983) [40]	Сравнение объединенного прогноза с методами Хольта-Винтерса и Бокса-Дженкинса, определение их преимуществ по сравнению с данными методами. Подбор оптимальных коэффициентов для методов. Выработка общих правил для прогнозирования одномерных рядов
Расширение пяти методов для $n$ прогнозов	Предложенные методы Bates and Granger были расширены для использования объединения прогнозов по $n$ индивидуальным методам прогнозирования	Сурков (2017) [36]	Сравнение объединенного прогноза с индивидуальными методами прогнозирования основных макроэкономических показателей России. Практическая реализация расширенных методов.
Аддитивная свертка	Определение весовых коэффициентов объединенного прогноза через оценку значений дисперсий частных прогнозов. Сведение нахождения весовых коэффициентов к задаче на условный экстремум	Балтрушевич (1991) [48]	Применение объединенного прогноза при оценке эффективности гибких производственных систем
<b>Методы на основе ретроспективы</b>			
Простые методы	Построение весовых коэффициентов на основе величины, обратной ошибкам прогнозирования (MAPE, RSS)	Андреев (2016) [23]	Прогнозирование динамики инфляции в рамках ЦБ на основе использования комбинирования индивидуальных методов прогнозирования. Сравнение результатов с индивидуальными прогнозами
AFTER	Выделение нескольких способов задания весов при комбинировании прогнозов в зависимости от того, известна ли условная дисперсия временного ряда, или оценка дисперсии, или же дисперсия вообще не учитывается	Янг (2001) [49], Зоу и Янг (2004) [50]	Сравнение метода с экспертными оценками для определения уровня увеличения точности предлагаемого метода

Метод	Основные результаты	Литература	Применение
Метод Бунна	Представление ретроспективного метода на основе сравнения точности прогнозов на предыдущем этапе прогнозирования. Нахождение весовых коэффициентов через бета-распределение	Бунн (1975) [51], Бунн (1977) [52]	Определение большей точности прогнозирования для предлагаемого метода объединения прогнозов. Попытка добавить экспертную информацию в объединенный прогноз
Адаптивный метод	Использование экспоненциального сглаживания для построения весовых коэффициентов. Использование последних значений прогноза для адаптации объединения к изменениям прогнозной ситуации	Лукашин (2003) [53], Дуброва (2012) [54]	Использование метода для практических целей. Определение эффективности объединения прогнозов с использованием данного метода построения весовых коэффициентов в краткосрочной перспективе
Четыре метода на основе ретроспективы	Построение весовых коэффициентов на основе величины, обратно пропорциональной ошибке прогнозирования, и попытка применения экспоненциального сглаживания	Пантазопоулос и Паппис (1998) [24]	Применение ошибок прогнозирования для построения весовых коэффициентов и попытка использования экспоненциального сглаживания
Метод суммарной ошибки	Расчет весовых коэффициентов с использованием суммарной и индивидуальных относительных ошибок прогнозирования	Кузнецов и Журов (2007) [30], Бойко (2017) [31]	Сравнение на практике методов объединения прогнозов с различным подходом. Применение объединения прогнозов для прогнозирования валютных курсов
<b>Методы с применением факторного анализа</b>			
Метод Горелика и Френкеля	Использование инструментария факторного анализа для построения комбинированного прогноза. Сравнительный анализ существующих методов объединения прогнозов	Горелик и Френкель (1983) [55], Френкель (1989) [56]	Сравнение предложенного метода с несколькими частными прогнозами на основе прогнозирования производительности труда в цементной промышленности
<b>Метод попарных предпочтений</b>			
Метод Гупта и Вилтона	Для определения весовых коэффициентов на основе матрицы, элементами которой являются отношения вероятностей того, что один прогноз будет лучше в плане значения дисперсии. Метод показал хорошие результаты в точности для прогнозов с короткими временными рядами и позволяет использовать в объединенном прогнозе экспертную информацию	Гупта и Вилтон (1987) [57], Гупта и Вилтон (1988) [58]	Сравнение метода со средним арифметическим и некоторыми другими методами объединения прогнозов
<b>Методы на основе математического программирования</b>			
Метод Бейлинсон и Мотовой	Построение весовых коэффициентов объединенного прогноза через минимизацию ретроспективных относительных ошибок частных прогнозов. Совместно с ограничениями на весовые коэффициенты метод сводится к задаче квадратичного программирования	Бейлинсон и Мотова (1990) [38], Остапук и Мотова (2004) [39]	Применение метода для практических целей. Сравнение объединенного прогноза с частными прогнозами. Выявление уменьшения средней абсолютной и средней относительной ошибок для объединенного прогноза
Метод минимизации функционала (MAPE)	Использование нелинейного программирования для построения весовых коэффициентов объединенного прогноза	Бойко (2017) [31]	Сравнение нескольких методов объединения прогнозов между собой и с индивидуальными прогнозами. Оценка используемых методов. Применение объединения прогнозов для прогнозирования валютных курсов

дов объединения. Но при всем их разнообразии сегодня уже не возникает сомнений в том, что методы объединения прогнозов являются эффективным способом повышения точности прогнозирования.

## Литература

1. Gooijer Jan G. De, Rob J.H. 25 years of time series forecasting // International Journal of Forecasting. 2006. Vol. 22 (3). P. 443-473.



2. **Hall S.G., Mitchell J.** Combining density forecasts // *International Journal of Forecasting*. 2005. Vol. 23. P. 1-13.
3. **Hendry D.F., Hubrich K.** Combining disaggregate forecasts or disaggregate information to forecast an aggregate? // *Journal of Business and Economics Statistics*. 2011. Vol. 29 (2). P. 216-227.
4. **Hsiao C., Wan S.K.** Is there an optimal forecast combination? // *Journal of Econometrics*. 2014. Vol. 178. Part 2. P. 294-309.
5. Forecast foreign exchange with both linear and nonlinear models coupled with trading rules for selected currencies // 21st International Congress on Modelling and Simulation, Australia. 2015. P. 1112-1118.
6. **Tse A., Chan C.** Composite ordinal forecasting in horse racing - an optimization approach // *Gaming Research & Review Journal*. 1999. Vol. 1. No. 4. P. 81-90.
7. **Френкель А.А., Сурков А.А.** Методологические подходы к улучшению точности прогнозирования путем объединения прогнозов // *Вопросы статистики*. 2015. № 8. С. 17-36.
8. **Френкель А.А., Сурков А.А.** Объединение прогнозов - эффективный инструмент повышения точности прогнозирования // *Экономист*. 2015. № 1. С. 44-56.
9. **Fang Y.** Forecasting combination and encompassing tests // *International Journal of Forecasting*. 2003. Vol. 19. P. 87-94.
10. **Ikoku N.A.E., Okany C.T.** Improving Accuracy with Forecast Combination: the Case of Inflation and Currency in Circulation in Nigeria // *CBN Journal of Applied Statistics*. 2017. Vol. 8. No. 1. P. 49-69.
11. **Kapetanios G.J., Mitchell J., Price S, Fawcett N.** Generalized density forecast combinations // *Journal of Econometrics*. 2015. Vol. 188 (1). P. 150-165.
12. **Kodogiannis V.S., Lolis A.** Forecasting exchange rates using neural network and fuzzy system based techniques // *Proceedings of 2001 WSES International Conference*. World Scientific and Engineering Society Press, Athens, Greece. 2001. P. 4241-4246.
13. **Bates J.M., Granger C.W.J.** The combination of forecasts // *Operational Research Quarterly*. 1969. Vol. 20. P. 451-468.
14. **Бережная Е.В., Алексеева О.А.** Разработка методики краткосрочного комбинированного прогнозирования // *Вестник Северо-Кавказского государственного технического университета*. 2005. № 1. С. 150-153.
15. **Бидюк П.И., Гасанов А.С., Вавилов С.Е.** Анализ качества оценок прогнозов с использованием метода комплексирования // *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2013. № 4. С. 7-16.
16. **Woodcock F., Engel C.** Operational Consensus Forecasts // *American Meteorological Society*. 2005. Vol. 20. P. 101-111.
17. **Clemen R.T.** Linear constraints and the efficiency of combined forecasts // *Journal of Forecasting*. 1986. Vol. 5. P. 31-38.
18. **Granger C.W. J., Ramanathan R.** Improved methods of combining forecasts // *Journal of Forecasting*. 1984. Vol. 3. P. 197-204.
19. **Andrawis R.R., Atiya A.F., El-Shishiny H.** Combination of long term and short term forecasts, with application to tourism demand forecasting // *International Journal of Forecasting*. 2011. Vol. 27. P. 870-886.
20. **Michis A.** Monitoring Forecasting Combinations with Semiparametric Regression Models central bank of Cyprus // *Working paper series*. 2012. No. 2.
21. **Shen S., Song G., Li H.** Combination Forecasts of International Tourism Demand // *Annals of Tourism Research*. 2011. Vol. 38 (1). P. 72-89.
22. **Yang Y.** Adaptive Regression by Mixing // *Journal of the American Statistical Association*. 2001. Vol. 96 (454). P. 574-588.
23. **Андреев А.** Прогнозирование инфляции методом комбинирования прогнозов в Банке России // *Серия докладов об экономических исследованиях. Банк России*. 2016. № 14.
24. **Pantazopoulos S.N., Pappis C.P.** New methods for combining forecasts // *Yugoslav Journal of Operation Research*. 1998. Vol. 8. P. 103-109.
25. **Stock J.H., Watson M.W.** A comparison of linear and nonlinear univariate models for forecasting macroeconomic time series. In: Engle R F, White H (eds.) // *Cointegration, Causality, and Forecasting: a Festschrift in Honour of Granger C.W.J.*, Cambridge University Press, Cambridge, UK. 1999.
26. **Hubrich K., Skudelny F.** Forecast combination for Euro Area inflation - a cure in times of crisis? // *Finance and Economics Discussion Series*. 2016. №1972. P. 1-44.
27. **Mamdouh A.M.A, Doaa A.A.** Combining forecasts from linear and nonlinear models using sophisticated approaches // *International Journal of Economics and Finance*. 2015. Vol. 7. No. 11. P. 190-206.
28. **Stock J.H., Watson M.W.** Combination Forecasts of Output Growth in a Seven-Country Data Set // *Journal of Forecasting*. 2004. Vol. 23. P. 405-430.
29. **Stock J.H., Watson M.W.** Forecasting output and inflation: the role of asset prices // *Journal of Economic Perspectives*. 2003. Vol. 41. P. 788-829.

30. **Кузнецов А.А., Журов А.В.** Взвешенный прогноз на основе анализа временных рядов // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева. 2007. № 4. С. 39-40.
31. **Бойко А.А.** Разработка гибридной модели прогнозирования валютного курса // Инвестиционный, финансовый и управленческий анализ. 2017. № 4. Т. 2. С. 181-191.
32. **Hansen B.E.** Least-squares forecast averaging // Journal of Econometrics. 2008. Vol. 146. P. 342-350.
33. **Buckland S.T., Burnham K.P., Augustin N.H.** Model selection: An integral part of inference // Biometrics. 1997. Vol. 53. P. 603-618.
34. **Burnham K.P., Anderson D.R.** Model selection and multimodel inference: a practical information-theoretic approach // Second ed. Springer, New York, 2002.
35. **Fernandez-Vazquez E., Moreno B.** Entropy econometrics for combining regional economic forecasts: a data-weighted prior estimator // Journal of Geographical Systems. 2017. Vol. 19 (4). P. 349-370.
36. **Сурков А.А.** Один из подходов повышения точности экономического прогнозирования // РИСК: Ресурсы, Информация, Снабжение, Конкуренция. 2017. № 2. С. 140-147.
37. **Newbold P., Granger C.W.J.** Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts // J. R. Statist. Soc. 1974. Vol. 137. P. 131-164.
38. **Бейлинсон Я.Е., Мотова М.А.** Комбинированные модели прогноза // Экспресс-информация, Серия: Моделирование социально-экономических процессов. 1990. Вып. 2. С. 110-121.
39. **Остапюк С.Ф., Мотова М.А.** Модели построения комбинированного прогноза развития научно-технической сферы // Проблемы прогнозирования. 2004. № 1. С. 146-156.
40. **Makridakis S., Winkler R.L.** Averages of forecasts: some empirical results, Management Science. 1983. Vol. 9. P. 987-996.
41. **Winkler R.L., Clemen R.T.** Sensitivity of weights in combining forecasts // Operations Research. 1992. Vol. 40. P. 609-614.
42. **Makridakis S., Hibon M.** The M3-Competition: results, conclusions and implications // International Journal of Forecasting. 2000. Vol. 16. P. 451-476.
43. **Jose V.R.R., Winkler R.L.** Simple robust averages of forecasts: some empirical results // International Journal of Forecasting. 2008. Vol. 24. P. 163-169.
44. **Goodwin P.** New evidence on the value of combining forecasts // FORESIGHT. 2009. Vol. 12. P. 33-35.
45. **Winkler R.L., Clemen R.T.** Sensitivity of weights in combining forecasts // Operations Research. 1992. Vol. 40. P. 609-614.
46. **Trenkler G., Liski E.P.** Linear constraints and the efficiency of combined forecasts // Journal of Forecasting. 1986. Vol. 5. P. 197-202.
47. **Ершов Э.Б.** Об одном методе объединения частных прогнозов // В кн.: Статистические методы анализа экономической динамики. Учен. зап. по статистике. М.: Наука, 1973. Т. XXII-XXIII. С. 87-105.
48. **Балтрушевич Т.Г.** Модели и методы оценки эффективности гибких производственных систем // Автореф. дис. ... канд. эк. наук. М., 1991. С. 17-20.
49. **Yang Y.** Adaptive regression by mixing // Journal of American Statistical Association. 2001. Vol. 96. P. 574-588.
50. **Zou H., Yang Y.** Combining time series models for forecasting // International Journal of Forecasting. 2004. Vol. 20. P. 69-84.
51. **Bunn D.W.** A Bayesian approach to the linear combination of forecasts // Operational Research Quarterly. 1975. Vol. 26. P. 325-329.
52. **Bunn D.W.** A Comparative evaluation of the outperformance and minimum variance procedures for the linear synthesis of forecasts // Operational research quarterly. 1977. Vol. 28. No. 3. P. 653-662.
53. **Лукашин Ю.П.** Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. М.: Финансы и статистика, 2003. С. 121-135.
54. **Дуброва Т.А.** Статистический анализ и прогнозирование экономической динамики: проблемы и подходы // В кн.: Методология статистического исследования социально-экономических процессов. М.: Юнити-Дана, 2012. С. 129-138.
55. **Горелик Н.А., Френкель А.А.** Статистические проблемы экономического прогнозирования // В кн.: Статистические методы анализа экономической динамики. Учен. зап. по статистике. М.: Наука, 1983. Т. 46. С. 9-48.
56. **Френкель А.А.** Прогнозирование производительности труда: методы и модели. М.: Экономика, 1989. С. 142-154.
57. **Gupta S., Wilton P.C.** Combination of forecasts: an extension // Management Science. 1987. Vol. 3. P. 356-371.
58. **Gupta S., Wilton P.C.** Combination of Economic Forecasts: An Odds-Matrix Approach // Journal of Business and Economic Statistics. 1988. Vol. 6. P. 373-379.

## DETERMINATION OF WEIGHTING FACTORS IN COMBINING FORECASTS\*

Alexander A. Frenkel

*Author affiliation:* Institute of Economics, Russian Academy of Sciences (RAS) (Moscow, Russia). E-mail: ie\_901@inecon.ru.

Anton A. Surkov

*Author affiliation:* Institute of Economics, Russian Academy of Sciences (RAS) (Moscow, Russia). E-mail: ie\_901@inecon.ru.

Combining forecasts has already proven to be a simple and practical method for improving the quality of forecasting. The use of all available information from various prediction methods makes it possible to increase the accuracy of forecasting even when individual methods are not accurate enough.

This article is a continuation of previously published reviews of different approaches and methods for constructing weighting factors to combine forecasts. In the last several decades, in the foreign literature a lot of studies have been published on comparative analysis and establishing various methods of combining forecasts. Unfortunately, Russian authors pay little attention to this trend in improving forecasting methodology, e.g. they do not compare various methods of combining forecasts. Those studies that do make such comparisons are limited only to a few simple methods. Many methods of combining forecasts that are widely used abroad are disregarded by the Russian scientists. This paper along with the previous reviews have been tasked with examining different approaches to obtaining weighting factors in combining forecasts, and introducing them to Russian scientists and researchers.

As a result, this article adds to the previously proposed classification (Voprosy statistiki, 2015, № 8) of basic and most frequently used methods of combining forecasts with a description of the obtained results and indicating scientific publications authored by both Russian and foreign researchers on the issue in question, with those studies that were excluded from the authors' previous reviews.

*Keywords:* forecasting, combined forecast, combining forecasts, weighting factors, overview.

*JEL:* C53, E27.

\*Funding for this work was provided by the Russian Foundation for Basic Research (RFBR) project № 16-06-00183.

## References

1. Gooijer Jan G. De, Rob J.H. 25 years of time series forecasting. *International Journal of Forecasting*, 2006, vol. 22 (3), pp. 443-473.
2. Hall S.G., Mitchell J. Combining density forecasts. *International Journal of Forecasting*, 2005, vol. 23, pp. 1-13.
3. Hendry D.F., Hubrich K. Combining disaggregate forecasts or disaggregate information to forecast an aggregate? *Journal of Business and Economics Statistics*, 2011, vol. 29 (2), pp. 216-227.
4. Hsiao C., Wan S.K. Is there an optimal forecast combination? *Journal of Econometrics*, 2014, vol. 178, part 2, pp. 294-309.
5. Forecast foreign exchange with both linear and nonlinear models coupled with trading rules for selected currencies. 21st International Congress on Modelling and Simulation, Australia. 2015, pp. 1112-1118.
6. Tse A., Chan C. Composite ordinal forecasting in horse racing - an optimization approach. *Gaming Research & Review Journal*, 1999, vol. 1, no. 4, pp. 81-90.
7. Frenkel A.A., Surkov A.A. Metodologicheskie podkhody k uluchsheniyu tochnosti prognozirovaniya putem ob»edineniya prognozov [Methodological approaches to improvement of forecast accuracy by combining forecasts]. *Voprosy statistiki*, 2015, no. 8, pp. 17-36. (In Russ.).
8. Frenkel A.A., Surkov A.A. Ob»edinenie prognozov - effektivnyi instrument povysheniya tochnosti prognozirovaniya [Combining forecasts is an effective tool for improving forecast accuracy]. *Economist*, 2015, no. 1, pp. 44-56. (In Russ.).
9. Fang Y. Forecasting combination and encompassing tests. *International Journal of Forecasting*, 2003, vol. 19, pp. 87-94.
10. Ikoku N.A.E., Okany C.T. Improving Accuracy with Forecast Combination: the Case of Inflation and Currency in Circulation in Nigeria. *CBN Journal of Applied Statistics*, 2017, vol. 8, no. 1, pp. 49-69.
11. Kapetanios G.J., Mitchell J., Price S, Fawcett N. Generalized density forecast combinations. *Journal of Econometrics*, 2015, vol. 188 (1), pp. 150-165.
12. Kodogiannis V.S., Lolis A. Forecasting exchange rates using neural network and fuzzy system based techniques . Proceedings of 2001 WSES International Conference. *World Scientific and Engineering Society Press*, Athens, Greece. 2001, pp. 4241-4246.
13. Bates J.M., Granger C.W.J. The combination of forecasts. *Operational Research Quarterly*, 1969, vol. 20, pp. 451-468.

14. **Berezhnaya E.V., Alekseeva O.A.** Razrabotka metodiki kratkosrochnogo kombinirovannogo prognozirovaniya [Development of short-term combined forecasting methodology]. *Vestnik of the North-Caucasus Federal University*, 2005, no. 1, pp. 150-153. (In Russ.).
15. **Bidyuk P.I., Gasanov A.S., Vavilov S.Ye.** Analiz kachestva otsenok prognozov s ispol'zovaniem metoda kompleksirovaniya [Analysis of forecasting estimates quality using the method of complexation]. *System research and information technologies*, 2013, no. 4, pp. 7-16.
16. **Woodcock F., Engel C.** Operational Consensus Forecasts. *American Meteorological Society*, 2005, vol. 20, pp. 101-111.
17. **Clemen R.T.** Linear constraints and the efficiency of combined forecasts. *Journal of Forecasting*, 1986, vol. 5, pp. 31-38.
18. **Granger C.W. J., Ramanathan R.** Improved methods of combining forecasts. *Journal of Forecasting*, 1984, vol. 3, pp. 197-204.
19. **Andrews R.R., Atiya A.F., El-Shishiny H.** Combination of long term and short term forecasts, with application to tourism demand forecasting. *International Journal of Forecasting*, 2011, vol. 27, pp. 870-886.
20. **Michis A.** Monitoring Forecasting Combinations with Semiparametric Regression Models central bank of Cyprus. *Working paper series*, 2012, no. 2.
21. **Shen S., Song G., Li H.** Combination Forecasts of International Tourism Demand. *Annals of Tourism Research*, 2011, vol. 38 (1), pp. 72-89.
22. **Yang Y.** Adaptive Regression by Mixing. *Journal of the American Statistical Association*, 2001, vol. 96 (454), pp. 574-588.
23. **Andreev A.** Prognozirovaniye inflyatsii metodom kombinirovaniya prognozov v Banke Rossii [Inflation forecasting using combining forecasts in the Bank of Russia]. *Bank of Russia Working Paper Series*, 2016, no. 14. (In Russ.).
24. **Pantazopoulos S.N., Pappis C.P.** New methods for combining forecasts. *Yugoslav Journal of Operation Research*, 1998, vol. 8, pp. 103-109.
25. **Stock J.H., Watson M.W.** A comparison of linear and nonlinear univariate models for forecasting macroeconomic time series. In: Engle R F, White H (eds.). *Cointegration, Causality, and Forecasting: a Festschrift in Honour of Granger C.W.J.*, Cambridge University Press, Cambridge, UK. 1999.
26. **Hubrich K., Skudelny F.** Forecast combination for Euro Area inflation - a cure in times of crisis? *Finance and Economics Discussion Series*, 2016, no. 1972, pp. 1-44.
27. **Mamdouh A.M.A., Doaa A.A.** Combining forecasts from linear and nonlinear models using sophisticated approaches. *International Journal of Economics and Finance*, 2015, vol. 7, no. 11, pp. 190-206.
28. **Stock J.H., Watson M.W.** Combination Forecasts of Output Growth in a Seven-Country Data Set. *Journal of Forecasting*, 2004, vol. 23, pp. 405-430.
29. **Stock J.H., Watson M.W.** Forecasting output and inflation: the role of asset prices. *Journal of Economic Perspectives*, 2003, vol. 41, pp. 788-829.
30. **Kuznetsov A.A., Zhurov A.V.** Vzveshennyi prognoz na osnove analiza vremennykh ryadov [The weighted forecast on basis of analysis of time series]. *Vestnik Sibirskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta imeni akademika M. F. Reshetneva*, 2007, no. 4, pp. 39-40. (In Russ.).
31. **Boiko A.A.** Razrabotka gibridnoi modeli prognozirovaniya valyutnogo kursa [Development of a hybrid model for forecasting the exchange rate]. *Investment, financial and management analysis*, 2017, no. 4, vol. 2, pp. 181-191. (In Russ.).
32. **Hansen B.E.** Least-squares forecast averaging. *Journal of Econometrics*, 2008, vol. 146, pp. 342-350.
33. **Buckland S.T., Burnham K.P., Augustin N.H.** Model selection: An integral part of inference. *Biometrics*, 1997, vol. 53, pp. 603-618.
34. **Burnham K.P., Anderson D.R.** Model selection and multimodel inference: a practical information-theoretic approach. Second ed. Springer, New York, 2002.
35. **Fernandez-Vazquez E., Moreno B.** Entropy econometrics for combining regional economic forecasts: a data-weighted prior estimator. *Journal of Geographical Systems*, 2017, vol. 19 (4), pp. 349-370.
36. **Surkov A.A.** Odin iz podkhodov povysheniya tochnosti ekonomicheskogo prognozirovaniya [One of the approaches to improving the accuracy of economic forecasting]. *RISK: Resources, Information, Supply, Competition*, 2017, no. 2, pp. 140-147. (In Russ.).
37. **Newbold P., Granger C.W.J.** Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts. *J. R. Statist. Soc.* 1974, vol. 137, pp. 131-164.



38. **Beilinson Ya.E., Motova M.A.** Kombinirovannye modeli prognoza [Combined forecast models]. Express information, Series: Modeling of socio-economic processes, 1990, Iss. 2, pp. 110-121. (In Russ.).
39. **Ostapyuk S.F., Motova M.A.** Modeli postroeniya kombinirovannogo prognoza razvitiya nauchno-tekhnicheskoi sfery [Models for constructing a combined forecast of the development of the scientific and technical sphere]. *Problems of forecasting*, 2004, no. 1, pp. 146-156. (In Russ.).
40. **Makridakis S., Winkler R.L.** Averages of forecasts: some empirical results, *Management Science*, 1983, vol. 9, pp. 987-996.
41. **Winkler R.L., Clemen R.T.** Sensitivity of weights in combining forecasts. *Operations Research*, 1992, vol. 40, pp. 609-614.
42. **Makridakis S., Hibon M.** The M3-Competition: results, conclusions and implications. *International Journal of Forecasting*, 2000, vol. 16, pp. 451-476.
43. **Jose V.R.R., Winkler R.L.** Simple robust averages of forecasts: some empirical results. *International Journal of Forecasting*, 2008, vol. 24, pp. 163-169.
44. **Goodwin P.** New evidence on the value of combining forecasts. *FORESIGHT*, 2009, vol. 12, pp. 33-35.
45. **Winkler, R.L., Clemen R.T.** Sensitivity of weights in combining forecasts. *Operations Research*, 1992, vol. 40, pp. 609-614.
46. **Trenkler G., Liski E.P.** Linear constraints and the efficiency of combined forecasts. *Journal of Forecasting*, 1986, vol. 5, pp. 197-202.
47. **Ershov E.B.** [About a method of combining private forecasts] .V: Statisticheskie metody analiza ekonomicheskoi dinamiki. Uchen. zap. po statistike [In: Statistical methods of analysis of economic dynamics. Scientific notes on statistics]. Moscow, Nauka Publ., 1973, vol. XXII-XXIII, pp. 87-105. (In Russ.).
48. **Baltrushevich T.G.** Models and methods for assessing the efficiency of flexible production systems. Cand. Sci. (Econ.) Dissertation, Moscow, 1991. pp. 17-20. (In Russ.).
49. **Yang Y.** Adaptive regression by mixing. *Journal of American Statistical Association*, 2001, vol. 96, pp. 574-588.
50. **Zou H., Yang Y.** Combining time series models for forecasting. *International Journal of Forecasting*, 2004, vol. 20, pp. 69-84.
51. **Bunn D.W.** A Bayesian approach to the linear combination of forecasts. *Operational Research Quarterly*, 1975, vol. 26, pp. 325-329.
52. **Bunn D.W.** A Comparative evaluation of the outperformance and minimum variance procedures for the linear synthesis of forecasts. *Operational research quarterly*, 1977, vol. 28, no. 3, pp. 653-662.
53. **Lukashin Yu.P.** Adaptivnye metody kratkosrochnogo prognozirovaniya vremennykh ryadov [Adaptive methods of short-term forecasting of time series]. Moscow, Finansy i statistika, 2003, pp. 121-135. (In Russ.).
54. **Dubrova T.A.** [Statistical analysis and forecasting of economic dynamics: problems and approaches]. V: Metodologiya statisticheskogo issledovaniya sotsial'no-ekonomicheskikh protsessov [In: Methodology of statistical research of socio-economic processes]. Moscow, Yuniti-Dana Publ., 2012, pp. 129-138. (In Russ.).
55. **Gorelik N.A., Frenkel' A.A.** [Statistical problems of economic forecasting] V: Statisticheskie metody analiza ekonomicheskoi dinamiki. Uchen. zap. po statistike [In: Statistical methods of analysis of economic dynamics. Statistical notes on statistics]. Moscow, Nauka Publ., 1983, vol. 46, pp. 9-48. (In Russ.).
56. **Frenkel A.A.** Prognozirovanie proizvoditel'nosti truda: metody i modeli [Forecasting labor productivity: methods and models]. Moscow, Ekonomika Publ., 1989, pp. 142-154. (In Russ.).
57. **Gupta S., Wilton P.C.** Combination of forecasts: an extension. *Management Science*, 1987, vol. 3, pp. 356-371.
58. **Gupta S., Wilton P.C.** Combination of Economic Forecasts: An Odds-Matrix Approach. *Journal of Business and Economic Statistics*, 1988, vol. 6, pp. 373-379.